

Título: NUEVAS APORTACIONES AL ESTUDIO DE LOS FORMALISMOS K-SIMPLÉCTICO Y K-COSIMPLÉCTICO

Nombre: Vilariño Fernández, Silvia

Universidad: Universidad de Santiago de Compostela

Departamento: Geometría y topología

Fecha de lectura: 23/01/2009

Programa de doctorado: Matemáticas (Álgebra, Análise Matemática e Xeometría e Topoloxía)

Dirección:

> **Director:** Modesto Salgado Seco

Tribunal:

> **presidente:** MIGUEL CARLOS MUÑOZ LECANDA

> **secretario:** José Antonio Oubiña Galiñanes

> **vocal:** MANUEL DE LEÓN RODRÍGUEZ

> **vocal:** Juan Carlos Marrero

> **vocal:** DAVID MARTÍN DE DIEGO

Descriptores:

> TEORIA DE CAMPOS

> GEOMETRIA DIFERENCIAL

El fichero de tesis ya ha sido incorporado al sistema

> 2009vilarnueva.pdf

Localización: BIBLIOTECA XERAL DE LA UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Resumen: La descripción geométrica de las teorías clásicas de campos de primer orden se puede realizar desde diferentes enfoques, como pueden ser: el formalismo polisimpléctico de Sardanashvily, el multisimpléctico (escuela de Tulczyjew en Warsaw; Goldschmidt y Sternberg), el k-simpléctico (o polisimpléctico de Günther), el k-cosimpléctico.

El principal objetivo de esta memoria ha sido estudiar distintos aspectos relacionados con las teorías clásicas de campos desde el enfoque que nos proporcionan los formalismos k-simpléctico y k-cosimpléctico. Además, los resultados a los que se ha llegado son una generalización de los correspondientes resultados de la Mecánica Clásica autónoma y no autónoma, respectivamente.

Una de las ventajas de los formalismos k-simpléctico y k-cosimpléctico es que para su desarrollo sólo es necesario conocer el fibrado tangente y cotangente de una variedad. Algunos ejemplos de estos formalismos son los siguientes: las ecuaciones de la electrostática se pueden ser descritos con los formalismos hamiltonianos k-simpléctico. Las ecuaciones de Laplace, de onda, la ecuación de superficies minimales y la ecuación de Navier se pueden describir dentro del formalismo lagrangiano k-simpléctico y k-cosimpléctico.

Los temas que se han estudiado en esta memoria son los siguientes:

- Se ha realizado un estudio geométrico de simetrías y leyes de conservación en el contexto k -simpléctico y demostramos un teorema de tipo Noether que nos permite obtener, a partir de cierto tipo de simetrías, leyes de conservación de las ecuaciones de Euler-Lagrange y de Hamilton.
- Se estudian diversos aspectos relacionados con las teorías clásicas de campos con ligaduras no-holonómicas en el contexto k -simpléctico. En este estudio damos una descripción geométrica de las ecuaciones de campo con ligaduras no-holonómicas, lo que generaliza la descripción geométrica de la mecánica no-holonómica. Además, bajo ciertas condiciones de regularidad definimos un operador proyección que permite obtener soluciones del problema con ligaduras a partir de soluciones del correspondiente problema sin ligaduras. A cada simetría lagrangiana no-holonómica le asociamos una ecuación en derivadas parciales, denominada ecuación momento no-holonómica, de modo que toda solución de las ecuaciones de Euler-Lagrange con ligaduras debe ser solución de dicha ecuación. Las "cosserat rods" se describen como ejemplo de esta teoría
- En la formulación k -simpléctica las soluciones de las ecuaciones de campo de Euler-Lagrange se obtienen como secciones integrales de ciertos campos de k -vectores, que denominamos sopdes y que representan ciertos tipos de ecuaciones en derivadas parciales. En esta memoria se establece una correspondencia entre los sopdes y las conexiones no-lineales en el fibrado que se obtiene como la suma de Whitney de k copias del fibrado tangente.
- Dentro del contexto k -cosimpléctico también se estudian conexiones, en este caso en cierto fibrado trivial. En esta memoria utilizamos estas conexiones para establecer una correspondencia biyectiva entre el conjunto de soluciones de las ecuaciones de Euler-Lagrange y el conjunto de soluciones de las ecuaciones de Hamilton.
- Finalmente desarrollamos las formulaciones k -simpléctica y k -cosimpléctica en el contexto de los algebroides de Lie. De este modo obtenemos una nueva teoría que generaliza la formulación k -simpléctica y k -cosimpléctica estándar y por otra parte, cuando $k=1$ obtenemos la mecánica en algebroides de Lie. En esta memoria se incluyen algunos ejemplos de la formulación k -simpléctica en algebroides de Lie como son las ecuaciones Poisson-sigma, las ecuaciones de campos de Euler-Poincaré o los sistemas con simetrías.