

Título: EVOLUTION FORMALISMS OF EINSTEIN EQUATIONS: NUMERICAL AND GEOMETRICAL ISSUES

Nombre: Cordero Carrión, Isabel

Universidad: Universitat de València (Estudi General)

Departamento: Astronomía y astrofísica

Fecha de lectura: 02/11/2009

Programa de doctorado: FÍSICA TEÓRICA, NUCLEAR Y ASTROFÍSICA 514 - 185 C

Dirección:

> **Director:** José Maria Ibáñez Cabanell

Tribunal:

> **presidente:** Antonio Marquina Vila

> **secretario:** JOSÉ ANTONIO FONT RODA

> **vocal:** Ewald Müller

> **vocal:** Carles Bona Garcia

> **vocal:** Ericourgoulhon

Descriptores:

> TEORIA DE LA RELATIVIDAD

> ASTRONOMIA Y ASTROFISICA

> RESOLUCION DE ECUACIONES DIFERENCIALES EN DERIVADAS PARCIALES

El fichero de tesis ya ha sido incorporado al sistema

> 2009cordeevolu.pdf

Localización: BIBLIOTECA DE CIENCIAS

Resumen: El tema tratado a lo largo de mi tesis doctoral es el estudio teórico y numérico de los formalismos de las ecuaciones de Einstein, con el propósito final de aplicar dicho estudio a la formación de agujeros negros y generación de ondas gravitatorias.

El concepto de agujero negro fue introducido por Michell en 1783. Laplace explicó la misma idea en 1796. La teoría de la Relatividad General de Albert Einstein en 1915 postulaba que la luz y las trayectorias de las partículas son curvadas por la geometría del espacio-tiempo. Unos meses después, Karl Schwarzschild encontró una solución que describía un agujero negro sin rotación. En 1963 Kerr derivó su solución de agujero negro en rotación. Fue en 1967 cuando John Wheeler introdujo el término de agujero negro. Desde un punto de vista astrofísico, un agujero negro (de origen estelar) es el resultado final del colapso gravitatorio de estrellas masivas o el de la fusión de binarias compactas.

Uno de los observables predichos por la Relatividad General, aún no detectados directamente, son las ondas gravitatorias. Son el único método directo de detección de agujeros negros. La radiación gravitatoria, según cuál sea la fuente, puede ser la huella de la presencia de agujeros negros. Son familiarmente consideradas como

arrugas en la curvatura del espacio-tiempo, provocadas por aceleraciones de materia que no presentan simetría esférica. La primera detección indirecta de radiación gravitatoria, estudiando un púlsar binario en 1974, les valió a Hulse y Taylor el Nobel. Enormes esfuerzos experimentales, teóricos y numéricos se han llevado a cabo en los últimos cuarenta años, desde las barras resonantes de Weber a los futuros observatorios espaciales como LISA.

La teoría de la Relatividad General describe la física en escenarios que involucran campos gravitatorios intensos y velocidades cercanas a la de la luz. Los diferentes formalismos de dichas ecuaciones permiten escribir las ecuaciones de Einstein como distintos conjuntos de ecuaciones en derivadas parciales, que pueden tener una importancia enorme desde un punto de vista matemático y también numérico (problema bien puesto, unicidad local, etc.). Hay que reconocer la capacidad de las formulaciones más usadas, como la llamada BSSN (Baumgarte-Shapiro-Shibata-Nakamura), crucial en las recientes simulaciones de binarias de agujeros negros. Debemos tener en cuenta los nuevos formalismos introducidos en los últimos años, ya que pueden ofrecer nuevas ideas y permitir comparaciones más realistas entre diferentes resultados numéricos. Uno de estos formalismos es el FCF (Fully Constrained Formalism), objeto de estudio en esta tesis, que escoge foliaciones maximales y gauge de Dirac generalizado como condiciones de libertad gauge. Las ecuaciones de Einstein en FCF se escriben como un conjunto de ecuaciones elíptico-hiperbólicas, en donde las ecuaciones de ligadura se resuelven en cada paso de tiempo (esto no sucede en formulaciones de evolución libre como BSSN). La principal motivación del FCF es obtener el máximo número posible de ecuaciones elípticas, que en principio son más estables y en las que es posible aplicar métodos espectrales en su resolución, evitando la violación de las ligaduras. Este formalismo es una generalización natural de la aproximación relativista de las ecuaciones de Einstein conocida como CFC (Conformally Flat Condition), que ha sido utilizada en numerosas aplicaciones astrofísicas.

El trabajo teórico llevado a cabo en la tesis doctoral es muy importante, como la demostración de la existencia local de foliaciones maximales en espacios-tiempo con simetría esférica. Estas foliaciones tienen la capacidad de evitar las singularidades, están adaptadas a la propagación de ondas gravitatorias, y son la aproximación Newtoniana natural cuando además se impone métrica espacial conformemente plana. Los espacios-tiempo con simetría esférica son de interés, por ejemplo, en la clasificación de soluciones exactas y el testeo de códigos numéricos dinámicos relativistas que evolucionan materia en campos gravitatorios intensos.

En la tesis se ha realizado un estudio matemático de las ecuaciones resultantes en la FCF. Por un lado, la introducción de un nuevo campo vectorial (su correspondiente ecuación vectorial elíptica) permite reescribir las ecuaciones elípticas de tal modo que se garantiza la unicidad local de las soluciones y las ecuaciones forman un sistema jerárquico. La unicidad local del subsistema elíptico es un aspecto crucial para garantizar que el sistema elíptico-hiperbólico completo sea bien puesto. Este problema teórico llevaba consigo problemas numéricos, que impedían, por ejemplo, realizar los tests de migración de una estrella de neutrones en rotación desde la rama inestable a la rama estable, y también en el caso del colapso de una estrella de neutrones esférica o en rotación a agujero negro, en la aproximación CFC (y, por tanto, FCF).

En lo que a ecuaciones de evolución se refiere, se ha analizado el carácter hiperbólico de las mismas, considerando fijas las variables de las ecuaciones elípticas. Se han obtenido las expresiones explícitas de autovalores y autovectores, concluyendo que el sistema es fuertemente hiperbólico si el vector de evolución tiene carácter temporal. Los campos característicos son linealmente degenerados. Existe una clara relación entre los autovalores y la velocidad de la luz. Gracias a la elección de gauge en la formulación FCF es posible encontrar un sistema equivalente escrito en forma conservativa.

Las expresiones explícitas para los autovalores son especialmente útiles en el cálculo de las condiciones de

contorno interiores en el contexto de espacios-tiempo de agujeros negros en donde la singularidad se evita eliminando del dominio numérico una parte que la contiene. FCF puede ser usada con las técnicas convencionales para tratar numéricamente espacios-tiempo que contengan un agujero negro, como, por ejemplo, la excisión, la punción, la punción móvil, o el rellenar la singularidad. El uso de métodos espectrales favorece la técnica de excisión ya que son usados en las ecuaciones elípticas con singularidades analíticas. Varios grupos de relatividad numérica han conseguido llevar a cabo simulaciones numéricas de binarias de agujeros negros de larga duración cubriendo varias órbitas; la gran mayoría usan la técnica de punción móvil, lo que demuestra la potencia de la misma.

El trabajo numérico de la tesis es parte de un programa que tiene el objetivo de extender el código CoCoNuT para que sea capaz de evolucionar la materia en espacios-tiempo dinámicos, en la formulación FCF, incluyendo campo magnético. Se usan esquemas en diferencias finitas estándares de gran precisión, métodos de Runge-Kutta para la evolución temporal y coordenadas esféricas ortonormales. Se ha llevado a cabo la evolución de ondas de Teukolsky, solución analítica linealizada en vacío, y de estrellas de neutrones en rotación estacionarias y perturbadas radialmente. Se han obtenido aspectos clave para la evolución del sistema, como el radio de extracción de la señal gravitatoria o aspectos que tienen relación con la frontera exterior. El siguiente paso natural será la extracción de la señal gravitatoria de escenarios astrofísicos y comparaciones con otras aproximaciones, como la fórmula cuadrupolar.