

Título: PROBLEMAS DE CONTORNO PARA ECUACIONES EN DIFERENCIAS Y ECUACIONES DIFERENCIALES FUNCIONALES

Nombre: Ferreiro Darriba, Juan Bosco

Universidad: Universidad de Santiago de Compostela

Departamento: Análisis matemático

Fecha de lectura: 11/11/2014

Programa de doctorado: Algebra Conmutativa

Dirección:

> **Codirector:** Alberto Cabada Fernández

> **Codirector:** Eduardo Liz Marzán

Tribunal:

> **presidente:** Juan José Nieto Roig

> **secretario:** Rodrigo López Pouso

> **vocal:** Santiago F. Ibáñez Mesa

> **vocal:** Daniel Franco Leis

> **vocal:** Ignacio BAJO PALACIO

Descriptor:

> ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

> ECUACIONES EN DIFERENCIAS

> ECUACIONES FUNCIONALES

El fichero de tesis ya ha sido incorporado al sistema

> 2014ferreprobl.pdf

Localización: BIBLIOTECA XERAL DA USC

Resumen: Habitualmente se considera que los procesos reales que se producen a lo largo del tiempo, en un determinado espacio físico, son continuos: se desarrollan como un flujo ininterrumpido desde que comienzan hasta que finalizan.

Sin embargo, cuando queremos conocer la evolución de un determinado sistema a través del tiempo, no siempre estamos interesados en obtener la descripción del mismo en todo momento. A menudo solo nos interesa conocer el estado del sistema en determinados instantes, separados por intervalos de tiempo, sin importarnos lo que ocurre durante esos intervalos.

A este tipo de procesos, de los que analizaremos su estado solo en momentos concretos, los denominaremos procesos discretos. Adquieren especial relevancia en el estudio de la evolución ζ o dinámica ζ de poblaciones, en el área de la economía y en el de las ciencias sociales, entre otras.

La herramienta matemática adecuada para construir modelos que representen procesos discretos son las ecuaciones en diferencias.

Por otra parte, las ecuaciones diferenciales con argumentos constantes a trozos (EPCA), a cuyo estudio se dedica el Capítulo 4, aparecen a principios de los años ochenta en un intento de extender la teoría de las ecuaciones diferenciales funcionales con argumentos continuos a ecuaciones diferenciales con argumentos discontinuos.

Dedicaremos el Capítulo 1 de este trabajo a la búsqueda de soluciones positivas para el caso implícito de la ecuación en diferencias general de orden n , junto con condiciones de frontera periódicas del tipo $x(t) = x(t + \omega)$, en donde ω es tal que $\omega \in \mathbb{R}$.

Con ese objetivo, combinaremos dos técnicas bien conocidas: el método de las sub y sobresoluciones, y los resultados basados en el clásico teorema de punto fijo para operadores definidos en extensiones o contracciones de un cono, debido a Krasnosel'skii. Parte del estudio realizado se basa en el análisis del signo de la función de Green asociada al problema de frontera.

En el Capítulo 2 se estudian las ecuaciones en diferencias con máximo, que son la versión discreta de las ecuaciones diferenciales con máximo, un caso especial de ecuaciones funcionales con retardo. Estableceremos resultados de existencia de solución para problemas implícitos con diversas condiciones de frontera, en general no lineales, en presencia de un par de sub y sobresolución. Bajo hipótesis más restrictivas, demostraremos la existencia de soluciones extremas, y desarrollaremos el método monótono para aproximarlas.

En la segunda parte del capítulo se estudia únicamente el problema implícito con condiciones de frontera periódicas, aunque de una manera diferente a la utilizada anteriormente.

Se deducirán resultados de existencia de solución (única) no comparables a los obtenidos en la primera parte, y se obtendrán principios del máximo para el problema linealizado, que permitirán la aproximación de las soluciones del problema general.

Iniciamos el Capítulo 3 introduciendo una versión discreta de la bien conocida desigualdad de Halanay, y aplicándola al estudio de la estabilidad de ciertas ecuaciones en diferencias, al igual que la desigualdad original ha sido utilizada por numerosos autores en el estudio de la estabilidad de ecuaciones diferenciales funcionales. Se estudian algunos ejemplos concretos, como la aplicación de Lozi, y se muestra que, al discretizar algunas ecuaciones diferenciales con retardo mediante el método de Euler, el criterio clásico de estabilidad absoluta (estabilidad independiente del retardo) se mantiene para la versión discreta.

En la segunda parte del capítulo se establece una generalización del resultado inicial, obteniendo nuevas condiciones que garantizan la estabilidad de ecuaciones en diferencias. En particular, se introduce una versión discreta de la condición de Yorke, y se analiza la estabilidad de las ecuaciones diferenciales con máximo. Para finalizar, en el Capítulo 4 se aborda el estudio de las EPCA. Comenzamos mostrando cómo las soluciones del problema de orden n con condiciones de frontera periódicas pueden escribirse en términos de la función de Green asociada.

A continuación resolvemos el problema de valor inicial de primer orden y' , a partir de su solución, obtenemos la expresión de la función de Green asociada al problema periódico. Dependiendo del signo de la citada función, establecemos principios de comparación para el operador de primer orden, tanto para el caso de valor inicial como para el de condiciones de frontera periódicas.

Tomando como referencia los mencionados principios del máximo, y aplicando los métodos de las sub y sobresoluciones, y de las sub y sobresoluciones débilmente acopladas, deducimos resultados de existencia de soluciones extremas para el problema general no lineal de primer orden, con condiciones de frontera en general no lineales, como también algunos resultados de unicidad de solución.

